

ОБУЧЕНИЕТО ЧРЕЗ ПРОГРАМИРАНИ ТЕКСТОВЕ КАТО ИНСТРУМЕНТ ЗА УПРАВЛЕНИЕ И ПОВИШАВАНЕ НА КАЧЕСТВОТО НА ОБРАЗОВАТЕЛНИЯ ПРОЦЕС В СИСТЕМАТА НА СРЕДНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Доц. д-р Велислава Николаева Костова, ВСУ „Черноризец Храбър“,
e-mail: nikolaeva100@abv.bg

***Резюме:** Управлението на образователния процес се свързва с иниципирането на мерки и действия, които водят до повишаване на неговото качество, влияят положително на ефективността му и стимулират познавателната активност на обучаемите. В настоящата разработка е разгледана спецификата на програмираните текстове и тяхната приложимост в часовете по математика като инструмент за повишаване на резултатността от обучението при обучението на ученици в системата на средното образование. Разработен е урок за упражнение, с който се визуализира програмирания текст като дидактически инструмент. Систематизирани са резултати от проведено проучване сред учители и ученици в различни училища в град Варна.*

***Ключови думи:** учебен процес, управление на познавателната активност, програмирани текстове, креативност.*

TRAINING THROUGH PROGRAMMED TEXTS AS A TOOL FOR MANAGEMENT AND IMPROVING THE QUALITY OF THE EDUCATIONAL PROCESS IN THE SECONDARY EDUCATION SYSTEM

Assoc. Prof. Velislava Nikolaeva Kostova, PhD, VFU „Chernorizets Hrabar“

***Abstract:** The management of the educational process is associated with the initiation of measures and actions that lead to improving its quality, positively affect its effectiveness and stimulate the cognitive activity of students. This paper examines the*

specifics of the programmed texts and their applicability in mathematics classes as a tool to increase the effectiveness of training in the education of students in the secondary education system. An exercise lesson has been developed to visualize the programmed text as a didactic tool. The results of a survey conducted among teachers and students in different schools in the city of Varna are systematized.

Key words: learning process, management of cognitive activity, programmed texts, creativity

Природа на програмираните текстове и приложимост в обучението по математика в системата на средното образование

Използването на програмирани текстове при изучаването на математика в средните училища може да се разглежда като част от проблемноориентираното обучение. По същество този дидактически инструмент насърчава творчеството и креативността, предпоставка е за формиране на умения за самостоятелно мислене и е подпомагащ процесите за развитие на функционалната грамотност.

Възникването на идеята за програмираното обучение, като част от проблемноориентираното обучение се свързва с изследвания върху психологията на учене и с опита да се идентифицират, и систематизират педагогически мерки, посредством които да може да се повиши ефективността на учебния процес¹.

Въвеждането на програмираното обучение по същество предполага систематизиране не само на неговите съдържателни особености, но и съпоставянето му в сравнителен план с останалите форми на обучение.

Важно е да се отбележи, че в сравнение с колективните обучителни форми (беседа, лекция, практическа работа), използването на програмираното обучение изисква индивидуално участие и персонална ангажираност.

¹ Пиръов, Г. и др. Програмираното обучение. Теория и практика у нас. Народна просвета, София, 1974, с. 6

При програмираното обучение обучаемите получават не само персонализирано отношение, но и подкрепа, и обратна връзка, която е изцяло съобразена с техните индивидуални особености.

В случаите на колективно обучение такава положителна подкрепа и обратна връзка, по-скоро трудно и не винаги може ефективно да бъде дадена на всеки ученик. (Обикновено се използва фронтална обща проверка или краткотрайни самостоятелни работи.)

Програмираното обучение като термин е заимстван от понятийния апарат на електронните сметачни устройства. Значението му се свързва със съставяне на програма за работа, която води до усвояване на даден учебен материал.

Разработеното учебно съдържание се представя в логическа последователност и се разпределя в блокове информация, които се наричат етапи (или стъпки).

Всеки от етапите съдържа малко количество информация, представена по удобен за възприемане начин. Всеки следващ етап се подготвя и представя въз основа на представената вече информация. Подготвеното съдържание се дава за самостоятелна работа на учащия, който може сам да определи темпото си за учене. По този начин програмираното обучение може успешно да се използва за индивидуализиране на учебния процес.

Освен това използването на програмирано обучение позволява по-ефективна обратна връзка и положителна подкрепа, които по същество представляват психологическа ценност.

Програмираното обучение (за разлика от колективното) по-активно и ефективно може да привлече вниманието на всеки учащ.

Съдържанието е така структурирано, че работещият с текста самостоятелно, използвайки придобити вече знания и умения, както и своя творчески и аналитичен потенциал, може да усвоява новите учебни материали и да надгражда.

Работейки с програмирани текстове, което по същество е един обучителен процес, четящият не може да продължи напред с материала, ако преди това не се

е запознал с предложената информация и не е посочил верен отговор на поставената задача.

В случай на неточно даден отговор в програмирания текст има указания, обяснения и разяснения, които не само допълват общата информация по представената тема (проблем, задача), но подпомагат процеса на самостоятелно учене, т.к. обучаемият сам разбира отговора на въпроса „Защо посоченото от него решение на поставената задача е неточно?“. Така постъпково, последователно и надграждащо се усвоява новото съдържание.

Именно заради непрекъснатата обратна връзка (след всяка задача) аргументирано може да се обобщи, че за разлика от конвенционалното колективно обучение, обучението посредством програмирани текстове е по-лесно и по-ефективно управляем процес.

Технологията на създаване на програмирани текстове позволява те да се разработват и използват както при обучение във виртуална среда, така и при обичайната класно-урочна система.

Работата с програмирани текстове не изключва колективното им обсъждане, даже напротив – по този начин се обобщава още веднъж новото знание и се дава обратна връзка.

Познати са следните системи (подходи) за изграждане на програмирани текстове:

- Линейна – с основател Б. Скинър, който през 1954 г. представя концепцията си за обучение на принципа на нарочно разработени текстове чрез подхода на линейното програмиране

- Разклонена – свързва се с името на М. Краудер. При разклонената система обучаемият трябва да избира една от няколко възможности за отговор. Едната е вярна, а в другите има някаква степен на неточност.

- Комбинирана – използват се елементи, присъщи както за линейната, така и за разклонената система за разработване на програмирани текстове.

- Адаптивна – в основата и е развитието на електронно изчислителните машини, които могат да променят част или цялото учебно съдържание, според индивидуалните особености на обучаемия (темп на учене, интелектуално развитие и др.).

Програмираното обучение може да се реализира чрез използване на текстове на хартиен или електронен носител.

При създаването на програмирани текстове по математика могат да се съблюдават следните препоръки:

- Приложението на програмирани текстове в обучението по математика изисква значителна предварителна подготовка по разработването на учебното съдържание във вид на програма, независимо дали ще се ползва на хартиен или електронен носител².

- Процесът на създаване на урок за програмирано обучение по математика може да стане посредством използването на следния алгоритъм:

1. Определяне на цел на програмата (тема на урока)
 - 1.1. Определяне на структурата на темата
 - 1.2. Подбор на тематичното съдържание
 - 1.3. Определяне на вида на програмата – линейна, разклонена, комбинирана
2. Изграждане на програмата (разработване на темата)
 - 2.1. Определяне на броя въпроси (съобразно темата и съдържанието)
 - 2.2. Определяне на вида на въпросите
 - 2.3. Определяне на съдържанието на въпросите и на отговорите
 - 2.4. Разработване на алгоритъма на програмата (съобразно темата, броя и вида на въпросите и тяхното съдържание)
3. Проверка на програмата

² За повече информация виж: Кънчев. Н. Програмираното обучение и задачите по геометрия. Народна просвета, София, 1970, с. XII

3.1. За достоверност и съотнесимост на съдържанието спрямо целта (темата) и структурата

3.2. За време – най-краткото и най-дългото време за прочитане на програмирания текст

3.3. За подредба (номериране на страниците, съобразно програмата)

3.4. Редакция, ако е необходимо – стилова и техническа

Систематизираните същностни специфики на програмираните текстове позволяват формирането на следните изводи и обобщения:

- При урок за нови знания е по-удачно да се използва линейното програмиране, тъй като при него има възможност за повторение и затвърждаване на усвоени вече знания и за надграждане на знания.

- Разклоненото програмиране, според автора на настоящата разработка, е по-подходящо за уроците за упражнение, преговор и обобщение, където може да се използва подхода „верен – грешни отговори“. Разбира се, възможно е използването и на разклонено програмиране при създаването на текст върху урок за нови знания, ако съдържанието на урочната единица позволява това.

Програмирани текстове в обучението по математика. Приложимост в урок за упражнения

Програмираните текстове могат да се използват в уроците за упражнение. При урок за упражнение времето за работа, което трябва да отнеме програмираният текст е 35 минути от един 45 – минутен час, за да може преди него да направи въведение, а след него – да направи обобщение на часа.

По-долу е предложен такъв, който включва в себе си както линейно, така и разклонено програмиране (комбинирана програма).

Урокът е от учебното съдържание за седми клас. Темата е „Линейни уравнения. Упражнение“.

Целта е да се затвърдят знанията от вече усвоените урочни единици в раздел „Уравнения“.

В урокът за упражнение са включени материали, с които се припомня теоретичното знание за същността на линейните уравнения, свойствата на числовите равенства и еквивалентните уравнения. Предложени са три задачи за упражнения с общо 10 примера (уравнения), които учениците трябва да решат, за да отговорят на поставените въпроси към всяка от задачите. В случай на затруднение, за всяко от включените уравнения е предложено решение и обяснение към решението. Така учениците самостоятелно могат да се упражнят и да проверят своята успеваемост.

В края на текста са предложени въпроси и задачи за проверка на знанията (без отговор), които ученикът трябва самостоятелно да изпълни, а учителят може да провери и оцени.

Съдържание на програмирания текст:

Как се работи с програмирани текстове:

Здравей!

Пред теб е една необикновена книга, която не се чете както обикновено четем. За да се запознаеш с цялата налична информация, трябва да следваш указанията, които са посочени в края на всеки текст. Тези указания са твоя водач, който ще ти помага последователно да преминеш през всички предизвикателства на поставените за решаване задачи за упражнение и надграждане на знанията, свързани с решаването на линейни уравнения.

В хода на работа с програмирания текст, ти ще решаваши задачи и ще търсиш верни отговори, а при допусната неточност, ще имаш възможност да се запознаеш с допълнителна информация, обяснителни бележки и решения на задачите, които да ти помогнат да коригираш дадения от теб отговор.

В програмирания текст е посочена информация от уроците към темите за решаване на линейни уравнения, както и въпроси или задачи, които трябва да изпълниш. Към някои от тях са посочени и отговори, не всички от които са верни. Трябва да избереш този, който според теб е най-подходящ. Ако това наистина е така, ти ще попаднеш на страница с допълнителна информация, или с

информация за следващата задача. Ако даденият от теб отговор е неточен, на страницата, на която си попаднал ще те очакват обяснения защо посоченото от теб, се нуждае от прецизиране. Ще има и указание да избереш друг от възможните отговори. Програмираният текст ще ти „позволи“ да продължиш напред едва тогава, когато откриеш верния отговор.

В края на програмирания текст са посочени въпроси и задачи за самопроверка на наученото.

Когато видиш това означение , то означава „Запиши в тетрадката“. Ако видиш този символ: , това означава „Отвори учебника на посочената страница и прочети информацията там. Символът:  означава „Реши самостоятелно в тетрадката“.

Приятно забавление, учене и упражнение!

Да припомним първо определението за линейно уравнение: *Уравнение от вида $ax + b = 0$, където a и b са числа, а x е променлива, се нарича линейно уравнение.*

Да решим едно уравнение, означава да намерим корените му или да установим, че няма корени.

Решенията на уравнението $ax + b = 0$ зависят от константата a и b :

При $a \neq 0$

- Извършват се всички необходими преобразувания – разкриване на скоби; превеждане под общ знаменател; опростяване на изрази, включително прехвърляне на неизвестните от едната страна, а известните от другата страна на уравнението; освобождаване от знак „-“ пред неизвестното, като се умножат двете страни на уравнението с (-1).

- За да се получи решението на уравнението, двете страни на уравнението се делят на коефициента a .

Уравнение с едно неизвестно наричаме равенство, в което едно число, означено с буква, се приема за неизвестно.

Корен (решение) на уравнението наричаме всяко число, което, поставено на мястото на неизвестното, превръща уравнението във вярно числово равенство.

Решенията на уравнението $ax+b=0$ зависят от стойностите на a и b :

- 1) Ако $a \neq 0$ и $b \neq 0$, $ax+b=0$ има едно решение, което е $x=-b/a$.
- 2) Ако $a \neq 0$ и $b=0$, уравнението придобива вида $ax=0$ и $x=0$.
- 3) Ако $a=0$ и $b=0$, уравнението придобива вида $0 \cdot x=0$, т.е. всяко число x е решение, защото което и да е число x , умножено по 0 , винаги дава 0 .
- 4) Ако $a=0$ и $b \neq 0$, уравнението придобива вида $0 \cdot x=b$, което означава, че уравнението няма решение, т.к. има противоречие с правилото, че всяко число умножено по 0 е равно на 0 .

стр. 1³ *Задача 1.* ✎ Реши самостоятелно в тетрадката всеки един от посочените примери.

1.1. $3x + 12 = 0$

1.2. $7x + 2 = 7x + 8$

1.3. $4,3x + 2 = 2x + 1; 0,5$

1.4. $(x + 5)^2 - (x + 3)^2 = 4(4 + x)$

Като използваш отговорите на задачите, които току що реши, отговори в коя от посочените по-долу групи, съдържащи номерата на задачите от условието, а именно: 1.1., 1.2., 1.3. и 1.4., се състои от уравнения, едното от които няма решение, а за другото – всяко x е решение:

стр. 5.

1.а) 1.2 и 1.4 [стр. 6](#)

1.б) 1.1 и 1.2 [стр. 7](#)

1.в) 1.2 и 1.3 [стр. 8](#)

1.г) 1.3 и 1.4 [стр. 9](#)

³ Това указание на страницата се използва, за да се покаже къде, на коя страница в самостоятелната електронна или книжна версия на програмирания текст е посочено това съдържание. Този програмиран текст е общо 28 страници.

Ако имаш колебания в решенията на задачите, можеш да направиш проверка за начина на решаването им, както следва:

1.1. [стр. 13](#)

1.2. [стр. 14](#)

1.3. [стр. 15](#)

1.4. [стр. 16](#)

стр. 6. Ти смяташ, че верният отговор е 1.а)

Предлагаме ти решението на задача 1.2.:

$$7x + 2 = 7x + 8$$

$$7x - 7x = 8 - 2$$

$$0x = 6$$

Това уравнение няма решение

Решението на задача 1.4. е:

$$(x + 5)^2 - (x + 3)^2 = 4(4 + x) \text{ стр. ...}$$

$$x^2 + 10x + 25 - (x^2 + 6x + 9) = 16 + 4x$$

$$\cancel{x^2} + \underline{10x} + 25 - \cancel{x^2} - \underline{6x} - 9 = 16 + 4x$$

$$4x + 16 = 16 + 4x$$

$$4x - 4x = 16 - 16$$

$$0x = 0$$

Всяко x е решение.

Съгласни сме с теб. Точно това е търсеният отговор: едното уравнение да няма решение, а за другото всяко x да е решение.

А сега отиди на [стр. 11](#) и прочети посочената там информация.

стр. 7. Ти смяташ ще отговорът на тази задача е 1.б)

Надяваме се, че задача 1.1. си решил по следния начин:

$$3x + 12 = 0$$

$$3x = -12$$

$$x = -12/3$$

$$x = -4$$

-4 е корен на уравнението.

А решението на задача 1.2. е:

$$7x + 2 = 7x + 8$$

$$7x - 7x = 8 - 2$$

$$0x = 6$$

Това уравнение няма решение.

Комбинацията от тези два отговора не отговаря условието на задачата.

Ние търсим две уравнения, едното от които има всяко x за решение и такова, което няма решение.

Върни се на [стр. 5](#) и избери друг отговор.

стр. 8. Ти смяташ че решенията на 1.2. (второто) и 1.3. (третото) уравнение от условието на задачата, удовлетворяват поставения въпрос. 1.6), т.е. едното уравнение да няма решение, а за другото – всяко x да е решение.

Нека да видим решението на задача 1.2.:

$$7x + 2 = 7x + 8$$

$$7x - 7x = 8 - 2$$

$$0x = 6$$

Това уравнение няма решение и удовлетворява част от търсения отговор.

Ето и решението на задача 1.3.:

$$4,3x + 2 = 2x + 1:0,5$$

$$4,3x - 2x = -2 + 1/1/1/2$$

$$2,3x = -2 + 2$$

$$2,3x = 0$$

$$x = 0$$

Това уравнение има решение и то е $x = 0$, а ние търсим такова, за което всяко x е решение.

Сам(а) разбираш, че това не е търсената комбинация от решения. Върни се на [стр. 5](#) и избери друг отговор.

стр. 9. Според теб търсеният отговор е 1.2). Ти смяташ, че двете уравнения, едното от които няма решение, а за другото всяко x е решение са с номера 1.3. и 1.4.

Да проверим.

Решението на 1.3. е:

$$4,3x + 2 = 2x + 1:0,5$$

$$4,3x - 2x = -2 + 1/1/1/2$$

$$2,3x = -2 + 2$$

$$2,3x = 0$$

$$x = 0$$

Ние търсим такива две уравнения, от които едното няма решение, а за другото – всяко x е решение. Този корен не удовлетворява нито едно от тези условия.

Да видим и решението на 1.4.:

$$(x + 5)^2 - (x + 3)^2 = 4(4 + x) \text{ стр. ...}$$

$$x^2 + 10x + 25 - (x^2 + 6x + 9) = 16 + 4x$$

$$\cancel{x^2} + \underline{10x} + 25 - \cancel{x^2} - \underline{6x} - 9 = 16 + 4x$$

$$4x + 16 = 16 + 4x$$

$$4x - 4x = 16 - 16$$

$$0x = 0$$

Всяко x е решение.

Този отговор частично удовлетворява условието на поставения въпрос.

Както сам(а) виждаш тук има такова, за което всяко x е решение, но няма такова, което няма решение.

Върни се на [стр. 5](#) и избери друг отговор.

стр. 10. *Задача 2.* ✎ Реши самостоятелно в тетрадката всеки един от посочените примери.

2.1. $(x + 3)^2 - 5x = x^2 + 1$

2.2. $(x + 1)^2 - 5 = (x - 2)(x + 2)$

2.3. $\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{2} + 2$

2.4. $(x + 5)^2 = (5 - x)^2$

Посочи, кои две от уравненията имат за решение $x = 0$.

Верните отговори са:

2.а) 2.2. и 2.4. [стр. 23](#)

2.б) 2.1. и 2.2. [стр. 24](#)

2.в) 2.1. и 2.4. [стр. 25](#)

2.г) 2.1. и 2.3. [стр. 26](#)

Ако имаш колебания в решенията на задачите, можеш да направиш проверка за начина на решаването им, както следва:

2.1.) [стр. 17](#)

2.2.) [стр. 18](#)

2.3.) [стр. 19](#)

2.4.) [стр. 20](#)

стр. 11. Ти идваш от стр. 6.

Ето и малко информация за числовите равенства.⁴

⁴ Допълнителен материал 1. Във визуализацията на програмирация текст е отбелязан като ДМ 1.

Числовите равенства има следните свойства:

- 1) Ако $a = b$, то $b = a$
- 2) Ако $a = b$ и $b = c$, то $a = c$
- 3) Ако $a = b$ и $c = d$, то $a + c = b + d$
- 4) Ако $a = b$ и $c = d$, то $a - c = b - d$
- 5) Ако $a = b$ и $a + c = b + c$
- 6) Ако $a = b$, то $a - c = b - c$
- 7) Ако $a = b$, то $a \cdot c = b \cdot c$
- 8) Ако $a = b$, то $a/c = b/c$

Добре е да припомни и това определение: *Две числови равенства се наричат еквивалентни ако от първото следва второто и от второто следва първото.*

А сега отиди на [стр. 10](#) и виж условието на задача 2.

стр. 12. Ти идваш от стр. 23.

Две уравнения са еквивалентни (равносилни), когато и двете имат едни и същи решения или и двете уравнения нямат решения.⁵

Двете страни на уравнението могат да се умножат (разделят) с едно и също число, различно от нула, а полученото уравнение, е еквивалентно на даденото.

Еквивалентни преобразувания наричаме преобразуванията, които извършваме в едно уравнение, за да получим еквивалентно на него уравнение.

Като използваш това, което току-що прочете, отговори:

Задача 3. Вярно ли е, че уравнението $(x - 1)(x - 3) = (x - 2)^2$ и $(x + 2)(x + 3) = x(x + 5) - 9$ са еквивалентни?

3.1. Да, и двете нямат решение [стр. 21](#)

3.2. Не [стр. 22](#)

⁵ Допълнителен материал 2. Във визуализацията на програмирация текст е отбелязан като ДМ 2.

стр. 13 *Решение на задача 1.1.*

$$3x + 12 = 0$$

Припомняме, че всеки член на уравнението може да се прехвърли от едната страна на уравнението в другата с противоположен знак – получава се уравнение, еквивалентно на даденото.

$$3x = -12$$

$$x = -12/3$$

$$x = -4$$

Това уравнение има корен, който е $x = -4$.

Върни се на [стр. 5](#) и продължи решението на задача 1.

стр. 14 *Решение на задача 1.2.*

$$7x + 2 = 7x + 8$$

Преобразуваме, като прехвърляме неизвестните от едната страна, а константите (числата) от другата страна на равенството и извършваме необходимите действия.

$$7x - 7x = 8 - 2$$

$$0x = 6$$

Уравнението няма решение, тъй като при умножение с 0, получаваме резултат 0.

Върни са на [стр. 5](#) и продължи с решението на задача 1.

стр. 15 *Решение на задача 1.3.*

$$4,3x + 2 = 2x + 1:0,5$$

Опростяваме като представяме $1:0,5$ по следния начин: $1/1/2=2$, т.к. $1/1=1$ и $0,5=1/2$. Тогава получаваме:

$$4,3x + 2 = 2x + 2$$

Преобразуваме, като прехвърляме неизвестните от едната страна, а константите (числата) от другата страна на равенството и извършваме необходимите действия.

$$4,3x - 2x = -2 + 1/1/1/2$$

$$2,3x = -2 + 2$$

$$2,3x = 0$$

$$x = 0$$

Върни са на [стр. 5](#) и продължи с решението на задача 1.

стр. 16 *Решение на задача 1.4.*

$$(x + 5)^2 - (x + 3)^2 = 4(4 + x)$$

Опростяваме изразите от двете страни на равенството, разкриваме скобите и извършваме необходимите действия. За $(x + 5)^2$ и $(x + 3)^2$ използваме формулата за съкратено умножение $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$$x^2 + 10x + 25 - (x^2 + 6x + 9) = 16 + 4x$$

$$x^2 + 10x + 25 - (x^2 + 6x + 9) = 16 + 4x$$

$$\cancel{x^2} + \underline{10x} + 25 - \cancel{x^2} - \underline{6x} - 9 = 16 + 4x$$

$$4x + 16 = 16 + 4x$$

Преобразуваме, като прехвърляме неизвестните от едната страна, а константите (числата) от другата страна на равенството и извършваме необходимите действия.

$$4x - 4x = 16 - 16$$

$$0x = 0$$

Всяко x е решение на това уравнение, т.к. което и да е число, умножено с 0, дава 0.

Върни са на [стр. 5](#) и продължи с решението на задача 1.

стр. 17 *Решение на задача 2.1.*

$$(x + 3)^2 - 5x = x^2 + 1$$

Разкриваме скобите като прилагаме формулата за съкратено умножение $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$$x^2 + 6x + 9 - 5x = x^2 + 1$$

Преобразуваме, като прехвърляме неизвестните от едната страна, а константите (числата) от другата страна на равенството и извършваме необходимите действия.

$$\cancel{x^2} + 6x + 9 - 5x - \cancel{x^2} = 1$$

$$x + 9 = 1$$

$$x = -8$$

Върни се на [стр. 10](#) и продължи с решението на задача 2.

стр. 18 *Решение на задача 2.2.*

$$(x + 1)^2 - 5 = (x - 2)(x + 2)$$

Разкриваме скобите като използваме следните формули: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ за $(x + 1)^2$ и $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ за $(x - 2)(x + 2)$. Така получаваме:

$$x^2 + 2x + 1 - 5 = x^2 - 4$$

Опростяваме израза.

$$\cancel{x^2} + 2x + 1 - 5 = \cancel{x^2} - 4$$

$$2x = -4 + 4$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

Върни се на [стр. 10](#) и продължи с решението на задача 2.

стр. 19 *Решение на задача 2.3.*

$$\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{2} + 2$$

Привеждаме под общ знаменател.

$$2 \cdot \frac{x}{6} - \frac{6}{6} \cdot 5 = 3 \cdot \frac{x}{6} + 2 \cdot \frac{6}{6}$$

Преобразуваме, като прехвърляме неизвестните от едната страна, а константите (числата) от другата страна на равенството и извършваме необходимите действия.

$$2x - 30 = 3x + 12$$

$$2x - 3x = 12 + 30$$

$$-x = 42$$

$$x = -42$$

Върни се на [стр. 10](#) и продължи с решението на задача 2.

стр. 20 *Решение на задача 2.4.*

$$(x + 5)^2 = (5 - x)^2$$

Прилагаме формулите за съкратено умножение $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ за $(x + 5)^2$ и $(5 - x)^2$. Така получаваме:

$$x^2 + 10x + 25 = 25 - 10x + x^2$$

Преобразуваме, като прехвърляме неизвестните от едната страна, а константите (числата) от другата страна на равенството и извършваме необходимите действия.

$$x^2 + 10x + 25 = 25 - 10x + x^2$$

$$20x = 0$$

$$x = 0$$

А сега се върни на [стр. 10](#) и продължи с решението на задача 2.

стр. 21 Ти смяташ, че верният отговор е: 3.1. Да, и двете нямат решение.

Преди да кажем дали това е верният отговор, нека да видим първо решенията на задачите:

Решение на задача 3.1.

$$(x - 1)(x - 3) = (x - 2)^2$$

$$x^2 - 3x - x + 3 = x^2 - 4x + 4$$

$$- 3x - x + 4x = 4 - 3$$

$$0x = 1$$

Това уравнение няма решение.

Ето и решението на задача 3.2.:

$$(x + 2)(x + 3) = x(x + 5) - 9$$

$$x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x - 9$$

$$5x - 5x = -9 - 6$$

$$0x = -15$$

И това уравнение няма решение.

Тези две уравнения са еквиваленти, тъй като и двете уравнения нямат решения.

Както сам(а) разбираш, това е верният отговор.

А сега отиди на [стр. 27](#).

стр. 22 Ти смяташ, че верният отговор е 3.2. и тези две уравнения са еквивалентни.

Нека да видим заедно решенията на задачите:

Решението на задача 3.1. е:

$$(x - 1)(x - 3) = (x - 2)^2$$

$$x^2 - 3x - x + 3 = x^2 - 4x + 4$$

$$- 3x - x + 4x = 4 - 3$$

$$0x = 1$$

Това уравнение няма решение.

Решението на задача 3.2. е:

$$(x + 2)(x + 3) = x(x + 5) - 9$$

$$x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x - 9$$

$$5x - 5x = -9 - 6$$

$$0x = -15$$

Това уравнение също няма решение.

Както сам (а) разбираш, двете уравнения нямат решения, следователно са еквивалентни и верният отговор на тази задача е условие 3.1.

А сега отиди на [стр. 27](#).

стр. 23 Ти смяташ, че верният отговор на поставения въпрос е 2.а) и двете уравнения, които имат за решение $x = 0$ са с номера 2.2. и 2.4.

Решението на задача 2.2. е:

$$(x + 1)^2 - 5 = (x - 2)(x + 2)$$

$$x^2 + 2x + 1 - 5 = x^2 - 4$$

$$2x = -4 + 4$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

Решението на задача 2.4. е:

$$(x + 5)^2 = (5 - x)^2$$

$$x^2 + 10x + 25 = 25 - 10x + x^2$$

$$20x = 0$$

$$x = 0$$

Видно от получените отговори е, че и двете уравнения имат за корен 0.

Точно за това, именно това е верният отговор.

А сега отиди на [стр. 12](#) и прочети информацията там.

стр. 24 Ти смяташ, че 2.б) е вярното решение и уравненията с номера 2.1. и 2.2. са тези, които имат за корен $x = 0$.

Нека да видим заедно решенията на двете задачи, които формират отговора на това предложение:

Решението на задача 2.1. е:

$$(x + 3)^2 - 5x = x^2 + 1$$

$$x^2 + 6x + 9 - 5x - x^2 = 1$$

$$x + 9 = 1$$

$$x = -8$$

Решението на задача 2.2. е:

$$(x + 1)^2 - 5 = (x - 2)(x + 2)$$

$$x^2 + 2x + 1 - 5 = x^2 - 4$$

$$2x = -4 + 4$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

Както сам(а) виждаш, едното уравнение има за решение $x = 0$, но не и другото.

Върни се на [стр. 10](#) и избери друг отговор.

стр. 25 Според теб верният отговор е 2.в) и двете уравнения, за които $x = 0$ е корен, са с номера 2.1. и 2.4.

Нека да ги разгледаме:

Решението на задача 2.1. е:

$$(x + 3)^2 - 5x = x^2 + 1$$

$$x^2 + 6x + 9 - 5x - x^2 = 1$$

$$x + 9 = 1$$

$$x = -8$$

Ето и решението на задача 2.4.:

$$(x + 5)^2 = (5 - x)^2$$

$$x^2 + 10x + 25 = 25 - 10x + x^2$$

$$20x = 0$$

$$x = 0$$

Както сам(а) виждаш, едното уравнение има корен 0 , но не и другото.

Върни се на [стр. 10](#) и избери друг отговор.

стр. 26 Според теб верният отговор е 2.г).

В този отговор се включват решенията на следните две задачи 2.1. и 2.3 и според теб именно те имат за отговор $x = 0$.

Да проверим.

Решението на задача 2.1. е:

$$(x + 3)^2 - 5x = x^2 + 1$$

$$x^2 + 6x + 9 - 5x - x^2 = 1$$

$$x + 9 = 1$$

$$x = -8$$

А ето и решение на задача 2.3.:

$$\frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{2} + 2$$

$$2 \cdot \frac{x}{6} - \frac{6}{6} \cdot 5 = 3 \cdot \frac{x}{6} + 2 \cdot \frac{6}{6}$$

$$2x - 30 = 3x + 12$$

$$2x - 3x = 12 + 30$$

$$-x = 42$$

$$x = -42$$

Видно е, че корените и на двете уравнения са различни от 0 , а не равни 0 .

Върни се, на [стр. 10](#) и избери друг отговор.

стр. 27 Дойде време да провериш сам(а) какво си научил(а) днес.

Ето и няколко въпроси за обобщение и проверка.

Подчертай вярното.

1.	Корен (решение) на уравнението наричаме всяко число, което, поставено на мястото на неизвестното, превръща уравнението във вярно числово равенство.	Вярно	Грешно
2.	Ако $a \neq 0$ и $b \neq 0$, уравнението $ax + b = 0$ има едно решение.	Вярно	Грешно
3.	Ако към двете страни прибавим (извадим) едно и също число, се получава равенство, което е еквивалентно на даденото.	Вярно	Грешно
4.	Когато събираме (изваждаме) две равенства, сборът (разликата) на левите им страни е равен на сбора (разликата) на десните им страни.	Вярно	Грешно

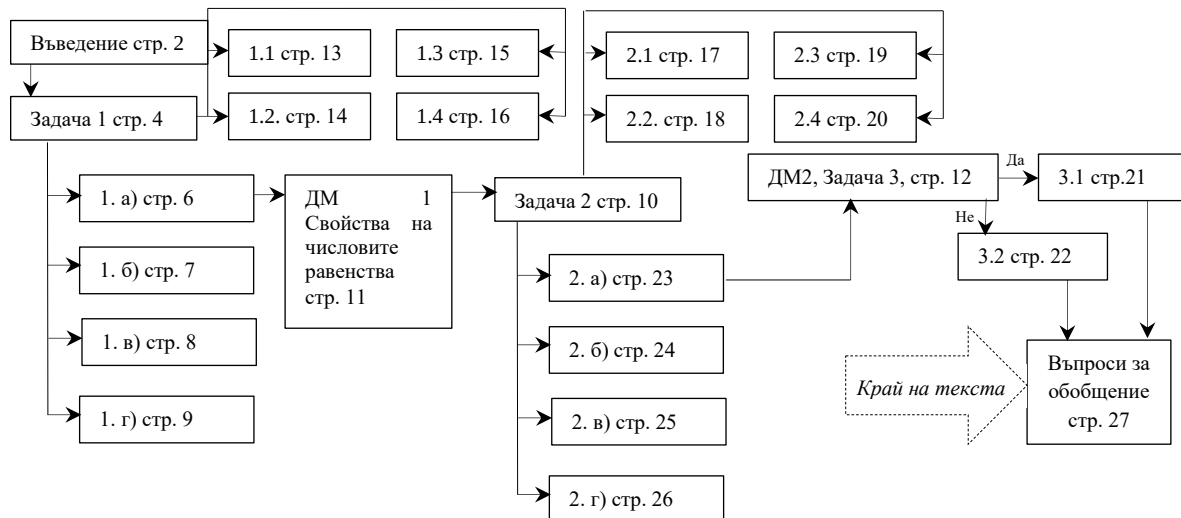
5.	Ако двете страни на едно уравнение умножим (разделим) с едно и също число, различно от нула, се получава уравнение, което е еквивалентно на даденото.	Вярно	Грешно
6.	В едно уравнение всеки израз може да се замени с тъждествено равен на него израз – получава се уравнение, еквивалентно на даденото.	Вярно	Грешно
7.	Всяко число x е решение на уравнението $ax + b = 0$ ако $a = 0$ и $b = 0$.	Вярно	Грешно
8.	Решението на уравнението $(x + 1)^2 - 2x = x^2 + 3x - 2$ е $x = 1$.	Вярно	Грешно
9.	Решението на уравнението $(x - 2)(x + 1) = (x - 3)^2$ е $x = -1$.	Вярно	Грешно
10.	Решението на уравнението $(x + 2)^2 - (x + 4)^2 = (x - 2)(x + 2) - x^2$ е $x = -2$.	Вярно	Грешно

Ти успешно премина през програмираия текст на тема „**Линейни уравнения. Упражнение**“. Сега търпеливо изчакай указанията на учителя.

📖 Домашна работа: Учебник: стр. 79/ 3, 6, 8, 9, 11, изд. Архимед; Книга за ученика: стр. 60/ 332, 343; стр. 61/ 373, 374, 378, изд. Архимед

✍️ Реши задачите в тетрадката за домашна работа за следващия учебен час.

Графичното представяне на програмираия текст е посочено във фигура 1.



**Фиг. 1. Графично представяне на програмиран текст на урок за
упражнение на тема „Линейни уравнения“**

Източник: авторова разработка

Проведено проучване сред ученици от седми клас и учители, които преподават на седмокласници от четири училища, показват че:

- От всичките участвали в проучването учители, 83% смятат за целесъобразно използването на програмирани текстове в уроците за упражнение и само 17% са отговорили, че са по-скоро склонни да ползват този дидактически инструмент в тези учебни часове.

- Впечатление прави и отговорът на учителите, че предпочитат да използват готови разработки на програмирани текстове, отколкото да си разработят сами. 67% от анкетираните.

- Всички участвали ученици смятат, че използването на програмирани текстове ще разнообрази часовете по математика и ще повиши интереса им към този учебен предмет. От тях 67% са посочили, че това е най-добре да се случи именно в часовете за упражнение и 33%, че е добре това да се случва точно в тях. Няма ученици, които да са посочили, че смятат програмираните текстове за неприложими в часовете за упражнение.

- Средното време за работа на учениците е 26 минути, което предполага осигуряването на допълнителни задачи за по-бързо справилите се ученици. В този случай учителят може да използва учебното помагало по предмета, да подбере допълнителни задачи и да ги възложи на по-бързо справилите се ученици.

Тъй като това проучване беше направено заедно с проучване на приложимостта на програмираните текстове в обучението по математика не само в уроците за упражнение, а и в часове за нови знания и за преговор и обобщения, предстои продължение на тази публикация с резултатите относно приложимостта на програмираните текстове в останалите видове уроци в часовете по математика.

Използвана литература

1. Беспалко, В. Программированное обучение – дидактические основы. Высшая школа, Москва, 1970
2. Буланова-Топоркова, М. и др. Педагогические технологии, МарТ, Ростов-на-Дону, 2010
3. ЗАКОН за предучилищното и училищното образование, Обн., ДВ, бр. 79 от 13.10.2015 г., в сила от 1.08.2016 г., ... посл. изм. ДВ. бр.17 от 1.03.2022
4. Кънчев. Н. Програмираното обучение и задачите по геометрия. Народна просвета, София, 1970
5. Паскалева, З., Алашка, М., Алашка, Р. Математика 7. клас. Архимед, София, 2018
6. Паскалева, З., Алашка, М., Алашка, Р. Математика 7. клас. Книга за ученика. Архимед, София, 2018
7. Махмутов, М. Проблемное обучение. Основные вопросы теории. Педагогика, Москва, 1975
8. Оконь, В. Основы проблемного обучения. Просвещение, Москва, 1968
9. Пирьев, Г. и др. Програмираното обучение. Теория и практика у нас. Народна просвета, София, 1974
10. Портев, Л. Проблемност при обучението по математика. Народна просвета, София, 1983